

**СОВРЕМЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Паршков А. В.

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

**Рабочая тетрадь**

для студентов-бакалавров очно-заочной и заочной  
форм обучения строительных специальностей

**Часть 1**

Рязань

**УДК624.04**  
**ББК 38.112**  
**С64**

Сопротивление материалов. Рабочая тетрадь, часть 1; учебное пособие/  
сост. Паршков А.В., Иванова О.В., Фролова Г.В.

Совр. техн. универ-т. – Рязань, 2020. – 78 с. Электронный ресурс.

Рецензенты: доцент СТИ Лебедев Б.С., доцент РВВДКУ Филатова С.А.

Рабочая тетрадь предназначена для студентов-бакалавров очно – заочной и заочной форм обучения. Тетрадь содержит иллюстративную основу для лекционных и практических занятий по базовым разделам курса, включенным в учебную программу по дисциплине «Сопротивление материалов», контрольные вопросы для самостоятельной подготовки, примеры решения задач, а также задачи для самостоятельного решения в последовательности изучения соответствующих тем. Для лучшего усвоения учебного материала и овладения методами и приемами расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, решение отдельных задач предполагается выполнять непосредственно на готовой печатной основе, что значительно сокращает время их выполнения и облегчает усвоение изучаемого материала. В рабочей тетради приведены варианты заданий для индивидуальной работы и некоторый справочный материал по отдельным учебным вопросам.

*Печатается по решению Ученого Совета  
Современного технического университета.*

**УДК624.04**  
**ББК 38.112**  
**С64**

© А.В. Паршков, Иванова О.В., Фролова Г.В.  
© Современный технический университет, 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Рекомендуемая литература.....	4
Лекция 1. Основные понятия науки «Сопротивление материалов» .....	5
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	9
Лекция 2. Внутренние силовые факторы.....	10
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	15
Лекция 3. Осевое растяжение – сжатие.....	16
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	25
Общий порядок построения эпюр.....	26
Задачи.....	27
Лекция 4. Осевое растяжение – сжатие. Методы расчета на прочность.....	29
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	37
Лекция 5. Напряженное и деформированное состояние в точке тела.....	38
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	45
Лекция 6. Критерии прочности и пластичности.....	46
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	51
Лекция 7. Сдвиг.....	52
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	58
Лекция 8. Кручение.....	59
Контрольные вопросы для самоподготовки.....	65
Задачи.....	66
Приложение.....	69
Задача №1.....	70
Задача №2.....	72

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

## ОСНОВНАЯ:

1. Г.В. Фролова, О.В. Иванова Основы сопротивления материалов. Конспект курса лекций. Рязань, 2012.- 180с.
2. А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин Сопротивление материалов. М.: Высшая школа, 2000.- 560с.
3. В.И. Феодосьев Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1986. 512с.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ:

1. А.М. Михайлов Сопротивление материалов. - М.: Издательский центр «Академия», 2009. -448с.
2. И.В.Богомаз, Т.П. Мартынова, В.В. Москвичев Сопротивление материалов. Часть 1 – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2008. -176с.
2. И.В. Богомаз, Т.П. Мартынова, В.В. Москвичев Сопротивление материалов. Часть 2 – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2008. -191с.
3. И.Н.Миролюбов и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. - М.: Высшая школа, 1985.- 399с.

**Лекция 1****Основные понятия науки «Сопротивление материалов»****1.1. Задачи и содержание курса**

*СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ (СМ) -*

Основная задача науки СМ –

*Прочность –*

*Жесткость –*

*Устойчивость –*

*Долговечность –*

*Прямые задачи СМ сводятся:*

*Обратная задача –*

## 1.2. Реальный объект и расчетная схема

*Реальный объект –*

*Расчетная схема –*

## 1.3. Основные допущения и гипотезы, принятые в СМ

1. Допущение о *сплошности* материала.
2. Допущение об *однородности* и *изотропности*.
3. Допущение о *малости деформаций*.
4. Допущение об *упругости* и *линейной деформируемости* материала.

*Упругость –*

*Принцип суперпозиции* или *принцип независимости действия сил*  
(ПНДС)

## 1.4. Классификация элементов конструкций

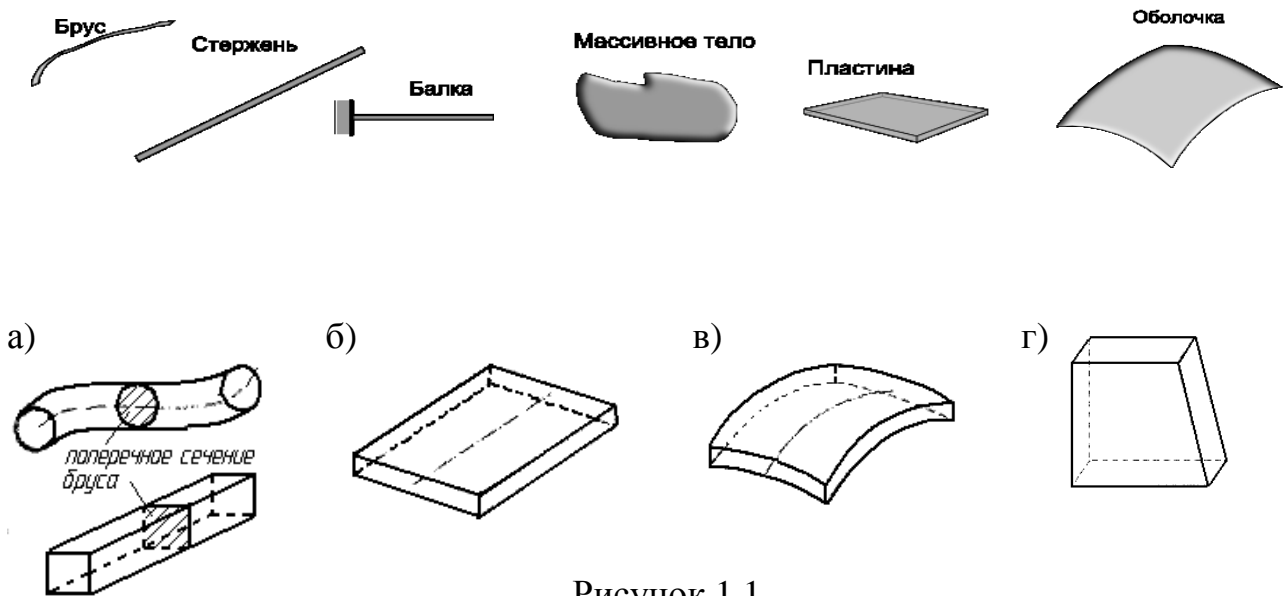


Рисунок 1.1

*Брус* –

*Пластина* –

*Оболочка* –

*Массив* –

## 1.5. Классификация нагрузок

*Внешние силы* –

Внешние силы классифицируются по следующим признакам:

*1. По способу приложения:*

2. По характеру воздействия:

3. По продолжительности действия:

К внешним силам также относятся *реакции связей*.

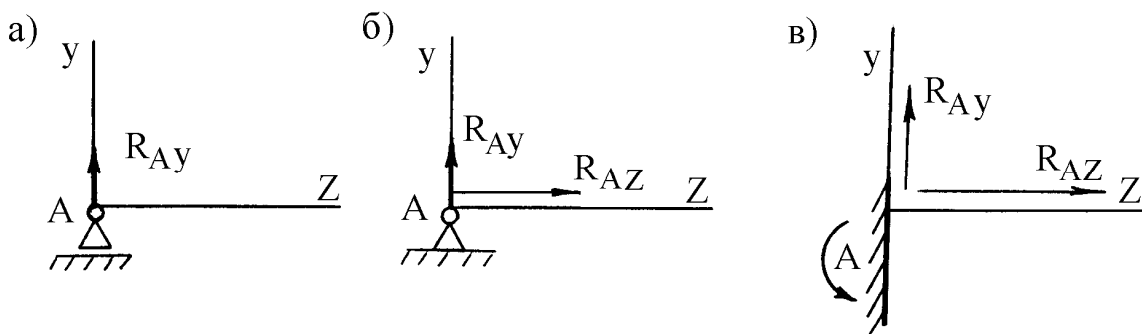


Рисунок 1.2

Шарнирно-подвижная опора (рис.1.2,а)

Шарнирно- неподвижная опора (рис.1.2,б)

Жесткая заделка или защемление (рис.1.2,в)

$$\Sigma F_{iz} =$$

$$\Sigma F_{iy} =$$

$$\Sigma m_{ix} =$$



### **Контрольные вопросы для самоподготовки**

1. В чем заключается основная задача дисциплины «Сопротивление материалов»?
2. Дайте определения прочности, жесткости, устойчивости и долговечности.
3. В чем заключается прямая и обратная задачи дисциплины «Сопротивление материалов»?
4. Поясните понятия «брус», «пластина», «оболочка», «массив».
5. Как принято классифицировать нагрузки?
6. Что такое реакции связей и как принято различать опоры на расчетных схемах?

## Лекция 2

## Внутренние силовые факторы

## 2.1. Природа внутренних сил. Метод сечений. Виды сопротивлений бруса

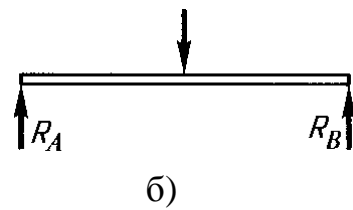
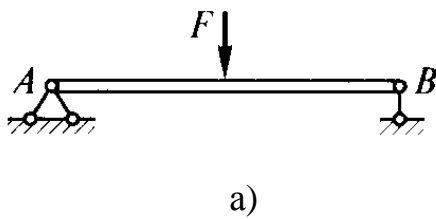
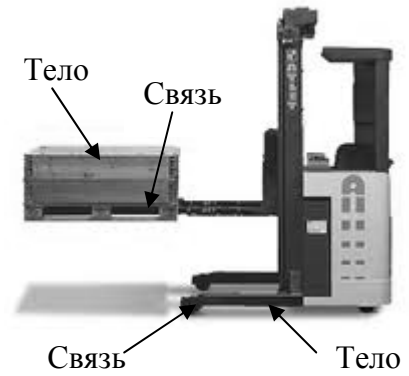
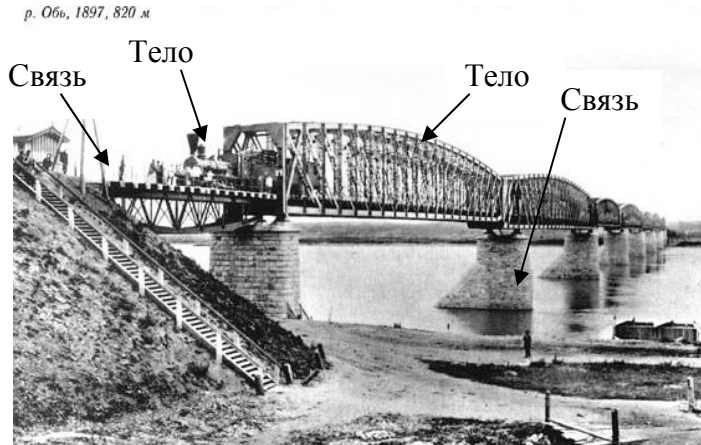
*Понятие об аксиоме связей*

Рисунок 2.1

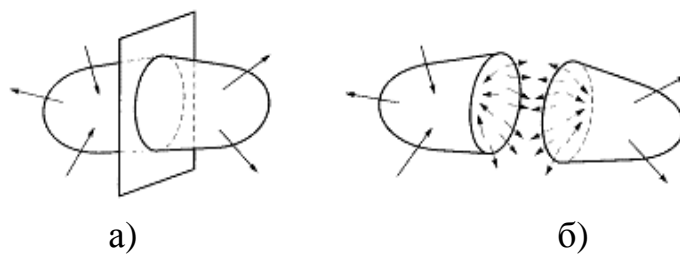


Рисунок 2.2

## Метод сечений

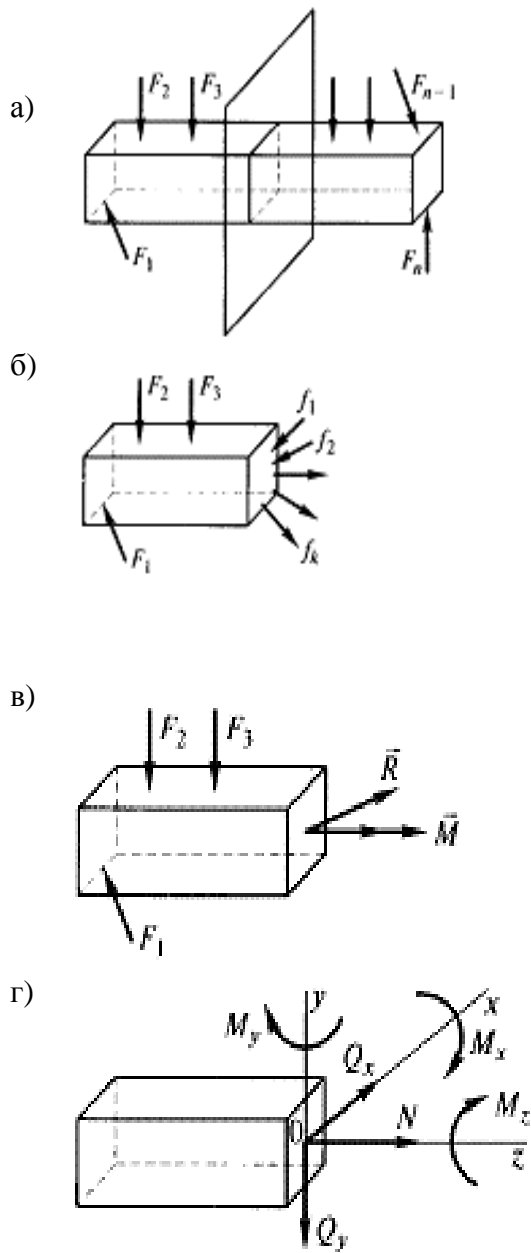


Рисунок 2.3

Вычисляя внутренние усилия и моменты в сечении, следует иметь в виду:

*продольная сила  $N$*

*крутящий момент  $M_z$*

## 2.2. Напряжения

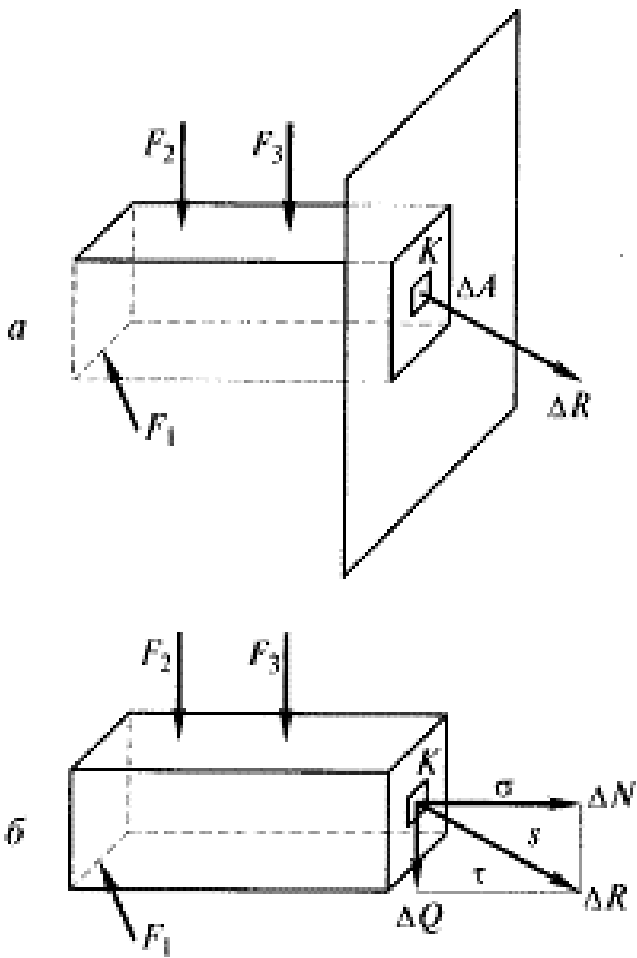


Рисунок 2.4

*Напряжением в рассматриваемой точке сечения называется*

**Размерность напряжения в системе СИ**

Напряжение является векторной величиной.

### **2.3. Деформации**

*Деформация –*

**Классификация деформаций:**

*1. По физическим признакам:*

*2. По геометрическим признакам:*

*3. По характеру приложения внешних нагрузок:*

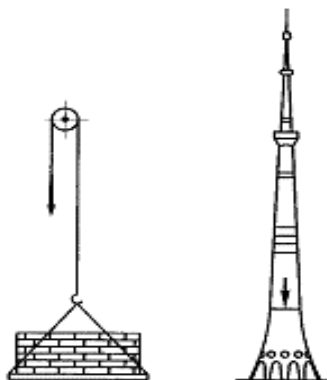
**Контрольные вопросы для самоподготовки**

1. В чем заключается суть применения аксиомы связей при исследовании деформированного тела?
2. Что такое внутренние силы?
3. Поясните сущность метода сечений.
4. Что такое главный вектор и главный момент?
5. Что такое внутренние силовые факторы (усилия)?
6. Чему численно равны продольная сила  $N$  и крутящие моменты  $M$  (относительно соответствующих осей)?
7. Какой простой вид сопротивления (нагружения) бруса соответствует каждому из внутренних усилий?
8. Что называется средним напряжением для элементарной площадки?
9. Как вычисляется напряжение в случае равномерного распределения внутренних сил по сечению? Дайте определение напряжению.
10. Как вычисляются:
  - нормальные напряжения в точке,
  - касательные напряжения в точке,
  - полное напряжение в точке.
11. Что такое деформация?
12. По каким признакам классифицируют деформации?

## Лекция 3

## Осевое растяжение - сжатие

## 3.1. Понятие осевого растяжения (сжатия)



*Растяжение - сжатие -*

а) б)  
Рисунок 3.1

## 3.1.1 Внутренние усилия

*Внутренние усилия в любом сечении стержня определяются методом сечений.*

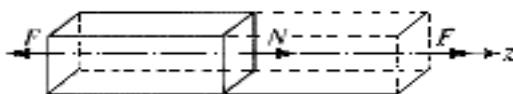


Рисунок 3.2

## 3.2. Правило знаков при определении внутренних усилий

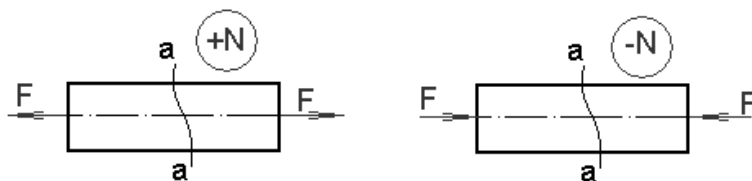


Рисунок 3.3



**Задача №1.** Построить эпюру продольных сил (эпюру N) для стержня (рис.3.4,а), нагруженного в сечениях А, В, С сосредоточенными силами  $F_1 = 2\text{кН}$ ,  $F_2 = 5\text{кН}$ ,  $F_3 = 3\text{кН}$ , направленными вдоль его оси.

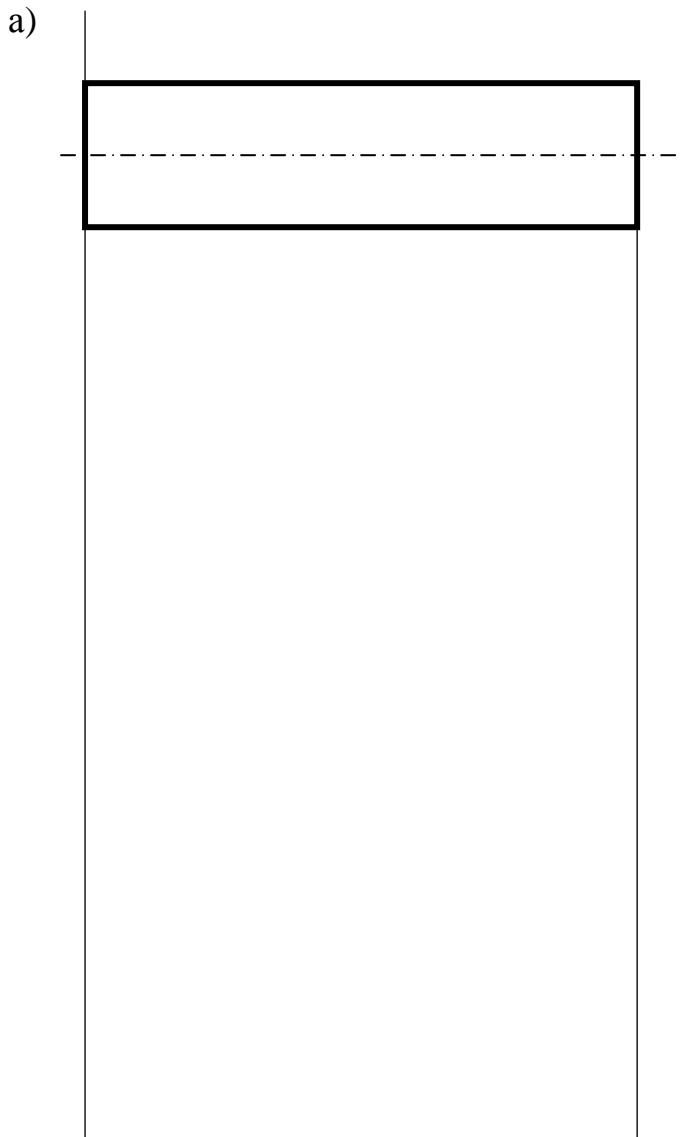


Рисунок 3.4

### 3.3 Нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса

*Отсутствие поперечных сил дает основание предположить, что касательные напряжения в каждой точке поперечного сечения бруса при осевом растяжении (сжатии) равны нулю.*

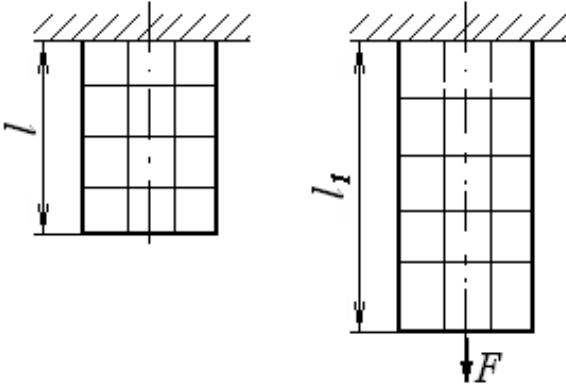


Рисунок 3.5

### 3.4 Деформации. Закон Гука при растяжении (сжатии)

Экспериментально установлено, что

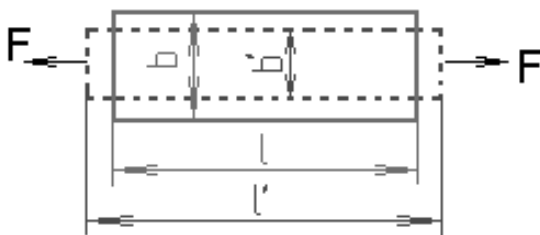
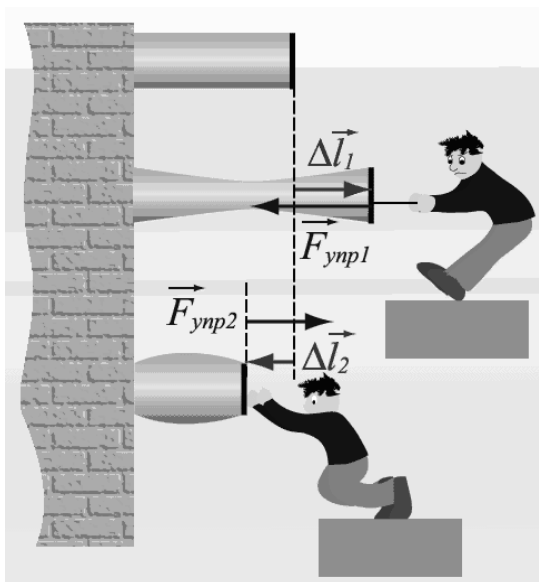


Рисунок 3.6

При действии сжимающих сил происходит обратное явление - длина бруса уменьшается, а поперечные размеры увеличиваются.

Увеличение длины бруса называется **абсолютным удлинением**, а уменьшение ее – **абсолютным укорочением**. Обозначаются они -  $\Delta l$  и измеряются в см, мм.



**Абсолютное удлинение стержня**

**Относительным удлинением** или **укорочением**

**Относительное сужение (расширение) или поперечная деформация**

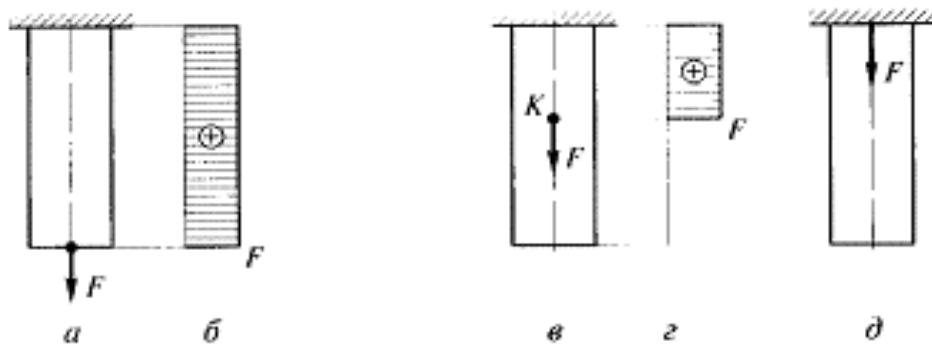


Рисунок 3.7

На рис.3.7,в, г деформируется (растягивается) только верхняя часть бруса, а нижняя перемещается как абсолютно твердое тело вниз на размер удлинения верхней части. В случае, изображенном на рис.3.7,а, б, деформируется весь брус, поэтому перемещение любого его сечения совпадает с удлинением соответствующей части бруса.

### 3.5 Механические испытания материалов

При проектировании и расчетах на прочность и жесткость необходимо знать свойства материалов, сведения о которых можно получить путем механических испытаний на растяжение, сжатие, сдвиг, кручение и изгиб.

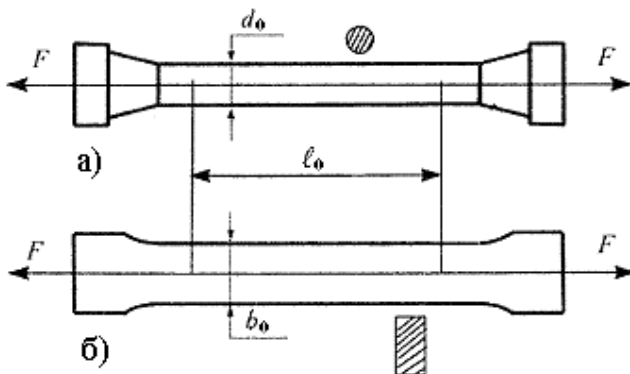


Рисунок 3.8

Для того чтобы результаты испытания одного и того же материала в разных лабораториях были сравнимы, образцы должны иметь стандартную форму и размеры. Наиболее распространенным являются образцы цилиндрической формы (рис.3.8,а) или плоские прямоугольного поперечного сечения (рис.3.8,б).

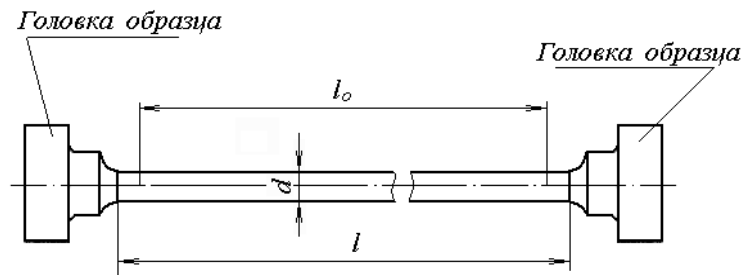


Рисунок 3.9

### Диаграмма напряжений для строительной стали марки Ст3

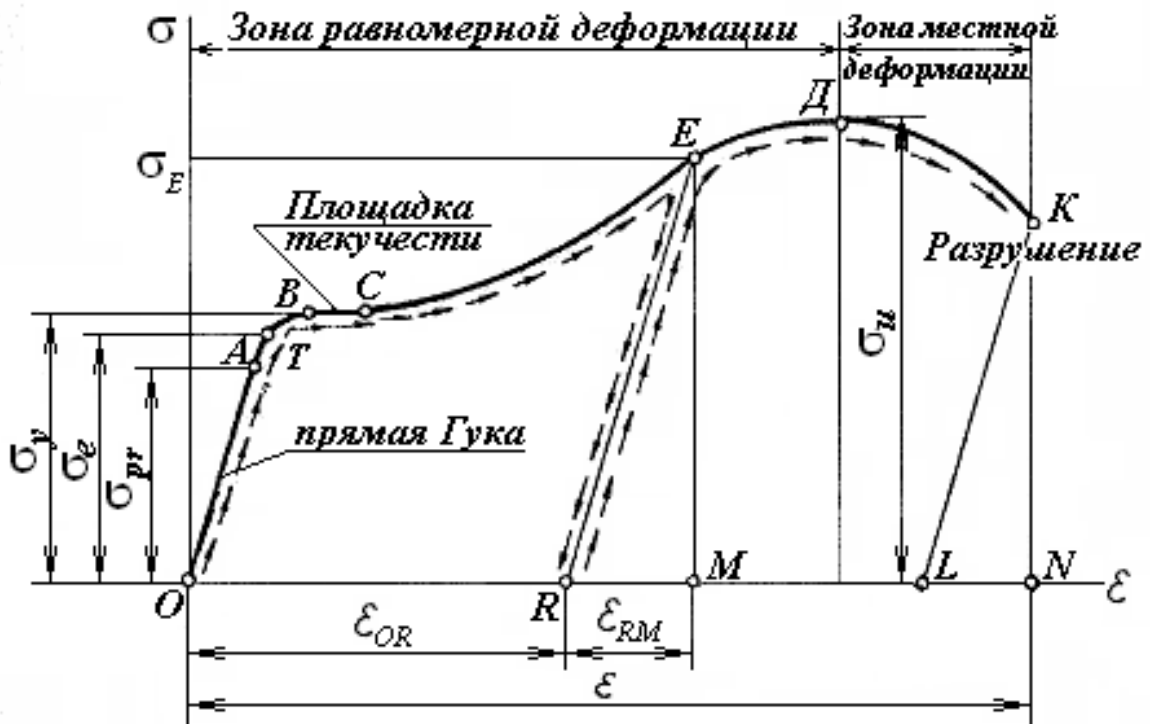


Рисунок 3.10

Результаты испытания реального стального стержня (Ст3) на растяжение



Рисунок 3.11

### **3.6 Механические характеристики материала**

### Диаграммы сжатия различных материалов

При сжатии поведение материала образца отличается от его поведения при растяжении.

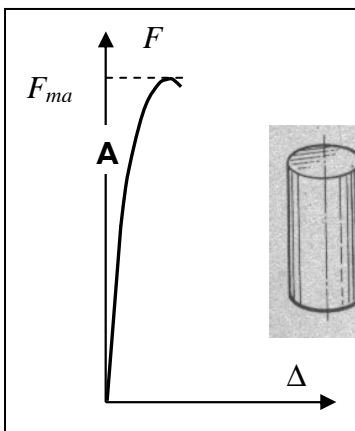


Рисунок 3.12

**Диаграмма низкоуглеродистой стали.** Начальный участок диаграммы является прямолинейным (до точки A) и совпадает с аналогичным участком диаграммы растяжения. Следовательно, модуль упругости стали можно принимать одинаковым при растяжении и сжатии. Нелинейный участок до площадки текучести также совпадает с подобным участком на диаграмме растяжения. Значения предела пропорциональности и предела текучести при

растяжении и сжатии практически одинаковы. Площадка текучести при сжатии выражена очень слабо и после нее кривая уходит все более круто вверх, вследствие развития значительных пластических деформаций, приводящих к увеличению площади поперечного сечения. Образец сплющивается, принимая бочкообразную форму. На этом испытании заканчивают, т.к. образец разрушить не удастся, не удастся определить и предел прочности.

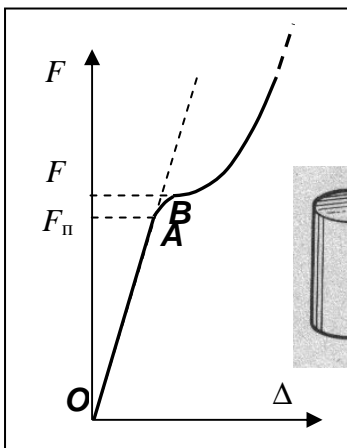
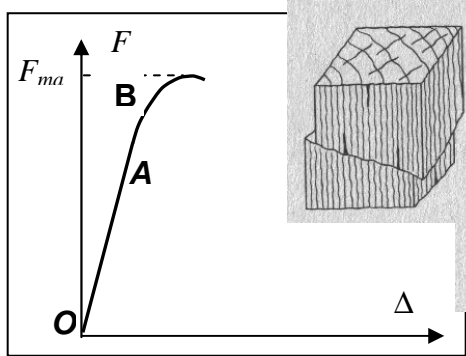


Рисунок 3.13

**Диаграмма чугуна.** Начальный участок диаграммы имеет почти линейную зависимость, на этом участке форма и размеры образца меняются

незначительно. При приближении к максимальной нагрузке кривая становится более пологой и образец принимает слегка бочкообразную форму. При достижении нагрузкой наибольшего значения появляются трещины под углом примерно  $45^\circ$  и наступает разрушение по площадкам с наибольшими касательными напряжениями (хрупкое разрушение). Другие хрупкие материалы (камень, бетон) имеют подобную диаграмму и такой характер разрушения. Хрупкие материалы сопротивляются сжатию значительно лучше, чем растяжению, например, предел прочности серого чугуна на сжатие 560-900 МПа, а на растяжение – 120-190 МПа.

**Диаграмма древесины.** Древесина – анизотропный материал. Сопротивляемость при сжатии зависит от расположения волокон относительно направления сжимающей силы. При сжатии **вдоль волокон** на участке ОА древесина работает почти упруго, деформации растут пропорционально увеличению сжимающей силы. Далее деформации начинают



расти быстрее, чем усилие, вследствие возникновения пластических деформаций в отдельных волокнах. Разрушение происходит при максимальной нагрузке в результате потери местной устойчивости ряда волокон, сопровождаемой сдвигом с образованием продольных трещин.

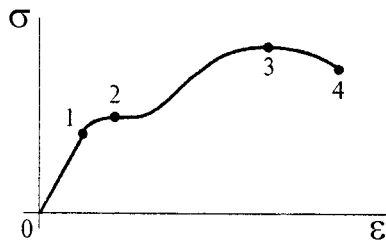
Рисунок 3.14

При сжатии **поперек волокон** на участке ОВ древесина работает почти упруго, деформации растут пропорционально увеличению сжимающей силы. Далее деформации начинают расти очень быстро при малом увеличении силы, вследствие уплотнения (спрессовывания) отдельных волокон. При наличии сучков и других пороков (трещин) образец может разрушиться раскалыванием. Разрушающая нагрузка определяется условно при достижении деформации сжатия, при которой высота образца уменьшается на треть исходной высоты.

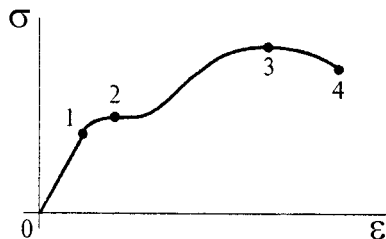


### Контрольные вопросы для самоподготовки

1. Что такое осевое растяжение (сжатие)?
2. каким методом определяются внутренние усилия в сечении стержня?
3. В чем заключается суть правила знаков при определении внутренних усилий?
4. Пояснить понятие «нормальные напряжения». Как рассчитываются нормальные напряжения?
5. Какие деформации могут возникать в элементах конструкции?
6. Понятие осевого растяжения (сжатия). Внутренние усилия. Правило знаков для продольной силы. Построение эпюр продольных сил.
7. Напряжения, деформации и перемещения в поперечных сечениях бруса при растяжении (сжатии). Закон Гука.
8. Пояснить понятия «механические характеристики материалов ( $\sigma_{пр}$ ,  $\sigma_{т}$ ,  $\sigma_{в}$ )».
9. Пояснить, что такое диаграмма растяжения.
10. Каким точкам на диаграмме растяжения соответствуют предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности?



11. В какой точке диаграммы растяжения на образце образуется шейка?



### Общий порядок построения эпюр

*Графики, показывающие изменение внутренних усилий по длине бруса при постоянном положении нагрузок, называются эпюрами.*

**При построении эпюр** рекомендуется придерживаться следующего порядка:

- 1. Находят все внешние силы, действующие на брус.*
- 2. Разбивают брус на участки, в пределах которых внутренние усилия изменяются по одной закономерности. Участком называется часть стержня между сосредоточенными нагрузками  $M$ ,  $F$  или часть стержня, в пределах которого распределенная нагрузка  $q$  меняется по одному закону.*
- 3. На каждом участке проводят произвольное сечение.*
- 4. Применяя метод сечений, для каждого участка составляют уравнение равновесия и определяют внутренние усилия (формула (2.2) – лекция №2).*
- 5. Параллельно оси бруса проводят ось (базу), на которой строят эпюру.*
- 6. Ординаты эпюры в определенном масштабе откладывают от оси по перпендикуляру и проставляют значения характерных ординат.*
- 7. В поле эпюры ставят знак усилия и наносят штриховку линиями, перпендикулярными к базе.*

Эпюры внутренних усилий, как правило, строят для того, чтобы выявить опасные сечения, т.е. сечения, в которых существует большая вероятность разрушения из-за того, что там внутренние усилия достигают наибольших значений.

**Задачи**

**Задача №2.** Построить эпюру продольных сил для стержня, приведенного на рис. 1.3, по следующим данным:  $F_1=30\text{Н}$ ,  $F_2=20\text{Н}$ .

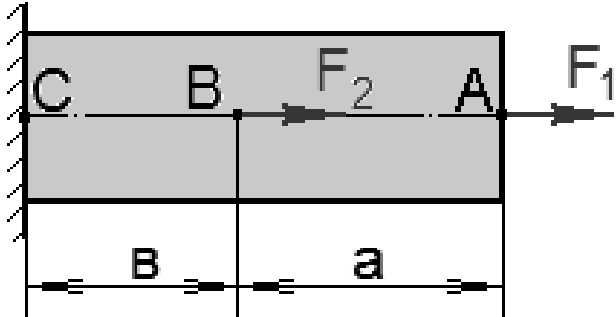


Рисунок 1.2

**Задача №3.** Для прямого бруса, находящегося под действием сил  $F_1=40\text{Н}$ ,  $F_2=30\text{Н}$ ,  $F_3=90\text{Н}$  (рис. 1.2), требуется построить эпюры продольных сил  $N$  и нормальных напряжений  $\sigma$ . Площадь поперечного сечения  $A=0,08\text{м}^2$ . Собственный вес бруса в расчет принимать не будем.

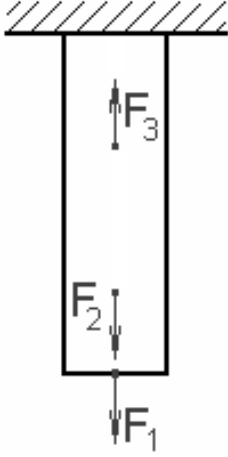


Рисунок 1.3

## Лекция 4

### Осевое растяжение – сжатие. Методы расчета на прочность

#### 4.1 Основные задачи расчета на прочность.

Основные задачи расчетов на прочность включают:

Для решения этих задач разработано три метода расчетов:

#### 4.2 Допускаемые напряжения

*Детали любых конструкций должны удовлетворять условиям прочности и жесткости, чтобы под действием приложенных нагрузок они не разрушались и не получали деформаций, превышающих допускаемые.*

*Для деталей, изготовленных из пластичного материала, опасным напряжением считается предел текучести  $\sigma_{lim} = \sigma_y$ .*

*Для деталей, изготовленных из хрупкого материала, опасным напряжением считается предел прочности  $\sigma_{lim} = \sigma_u$ .*

**Опасными (предельными) напряжениями  $\sigma_{lim}$ ,  $\tau_{lim}$**

**Допускаемое напряжение может быть определено по формуле:**

*Допускаемыми  $[\sigma]$ ,  $[\tau]$  называются максимальные напряжения, безопасные для работы конструкции, детали.*

Для пластических материалов

Для хрупких материалов

### **4.3 Расчет по допускаемым напряжениям**

*Расчет на прочность по допускаемым напряжениям основан на оценке прочности материала в опасной точке.*

*Условие прочности бруса, работающего на осевое растяжение (сжатие), имеет вид:*

*Условие прочности позволяет производить три вида расчета на прочность:*

**1. Проверка прочности.**

**2. Подбор сечения.**

**3. Определение допускаемых нагрузок (несущей способности).**

### 4.3 Расчет по разрушающим нагрузкам

*Метод основан на вычислении нагрузки, которую может выдержать конструкция, не разрушаясь.*

***Нагрузка называется разрушающей***

*Допускаемая нагрузка для хрупкого материала определяется отношением:*

*Расчет на прочность для **пластичного материала** основан на вычислении предельной нагрузки  $F_{lim}$ , которую находят с использованием уравнений предельного равновесия, поэтому он называется методом предельного равновесия.*

*Условие прочности по предельным нагрузкам имеет вид:*

### 4.5 Расчет по предельным состояниям

***Цель метода предельных состояний***

*Предельным состоянием называется такое, при котором конструкция перестает удовлетворять заданным требованиям.*



**Задача №1.** Стальная труба сжата силой  $F = 600\text{кН}$  (рис. 4.1). Подобрать диаметр трубы и найти ее укорочение. Материал – сталь Ст3, модуль упругости  $E = 2,1 \times 10^5 \text{ МПа}$ , предел текучести  $\sigma_y = 235 \text{ МПа}$ , требуемый коэффициент запаса прочности  $K = 1,5$ . Нормативная нагрузка  $F_n = 600\text{кН}$  складывается из постоянной  $F_{1n} = 380\text{кН}$  с коэффициентом  $\gamma_{f1} = 1,1$  и временной  $F_{2n} = 220\text{кН}$  с коэффициентом  $\gamma_{f2} = 1,4$ . Коэффициенты надежности по материалу  $\gamma_m = 1,05$  и условий работы  $\gamma_c = 0,9$ .

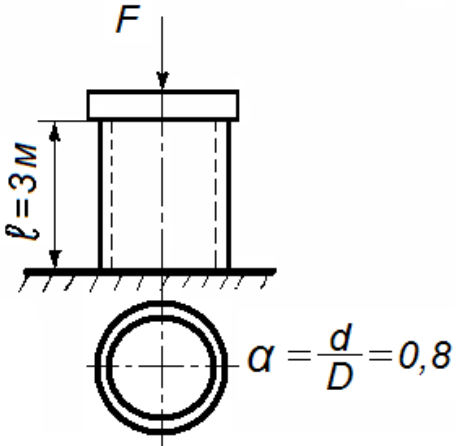


Рисунок 4.1

**Задача №2.** Стальная полоса растягивается силой  $F = 200$  кН (рис.4.2). Требуется проверить напряжения в сечениях 1-1 и 2-2, и определить коэффициент запаса прочности  $K$ , если предел текучести  $\sigma_y = 240$  МПа. Коэффициент запаса прочности по отношению к пределу текучести для стальных конструкций принимают от 1,4 - 2. Допускаемое напряжение для стали  $[\sigma] = 160$  МПа.

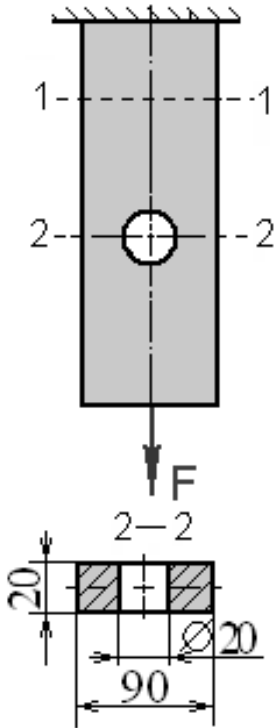
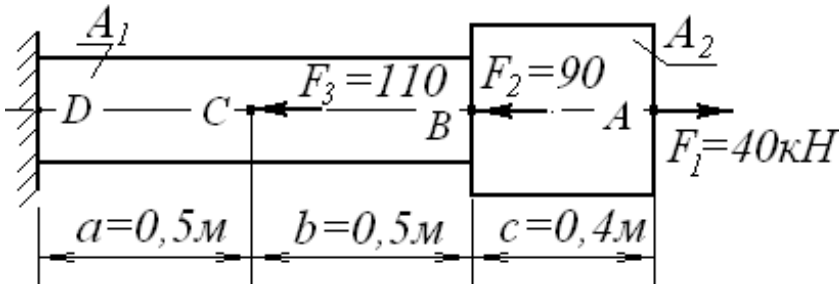


Рисунок 4.2

**Задача №3.** Ступенчатый брус нагружен силами  $F_1=40\text{кН}$ ,  $F_2=90\text{кН}$ ,  $F_3=110\text{кН}$  направленными вдоль его оси. Заданы длины участков  $a=0,5\text{м}$ ,  $b=0,5\text{м}$ ,  $c=0,4\text{м}$  и площади их поперечных сечений  $A_1=6\text{см}^2$ ,  $A_2=14\text{см}^2$ . Модуль упругости материала  $E=2\cdot 10^5\text{МПа}$ , предел текучести  $\sigma_y = 240\text{МПа}$  и запас прочности по отношению к пределу текучести  $K=1,5$ .

Требуется:

- 1) построить эпюры продольных сил  $N$ , напряжений  $\sigma$  и продольных перемещений  $\Delta$ ;
- 2) проверить, выполняется ли условие прочности.



Продолжение решения задачи №3

**Контрольные вопросы для самоподготовки**

1. В чем заключаются основные задачи расчетов на прочность?
2. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях растянутых и сжатых стержней?
3. Как записывается формула закона Гука при растяжении (сжатии)?
4. Как записывается формула для расчета продольной деформации?
5. Как записывается формула для расчета поперечной деформации?
6. Какие напряжения называются допускаемыми?
7. Как записывается условие прочности при растяжении (сжатии)?
8. Как записывается условие жесткости при растяжении (сжатии)?
9. Какие напряжения называются предельными?
10. Какое напряжение считают предельным для хрупкого материала?

## Лекция 5

## Напряженное и деформированное состояние в точке тела

## 5.1 Напряжения в окрестности данной точки. Главные площадки. Главные напряжения

Тело нагружено системой внешних сил (рис.5.1,а).

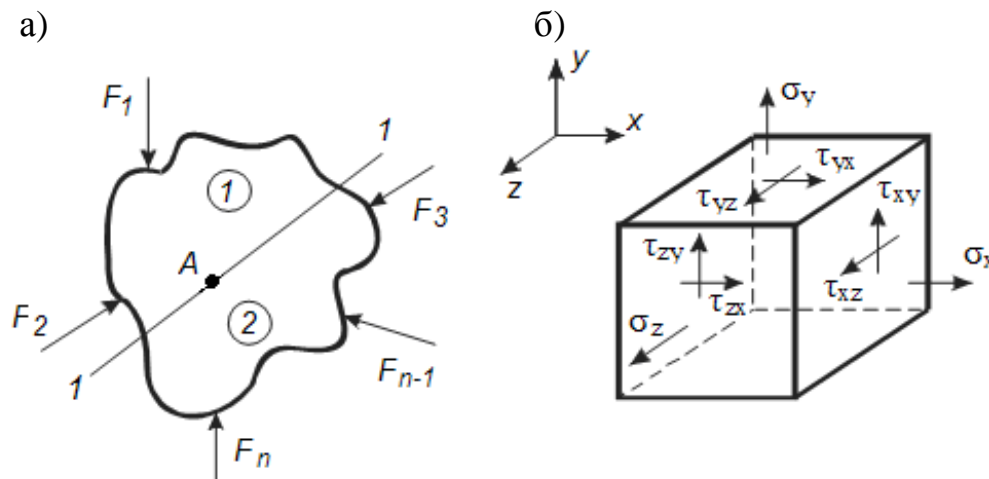


Рисунок 5.1

Под действием системы внешних сил на элементарных площадках сечения 1-1 могут возникать:

Совокупность нормальных и касательных напряжений, действующих по всем площадкам, проходящим через рассматриваемую точку, называется **напряженным состоянием** в этой точке.

*Площадки, на которых  $\tau = 0$ , называются главными, а нормальные напряжения на этих площадках – главными напряжениями.*

В зависимости от числа действующих главных напряжений различают три вида напряженного состояния:

1. **Линейное (одноосное)**

2. **Плоское (двухосное)**

3. **Объемное (трехосное)**

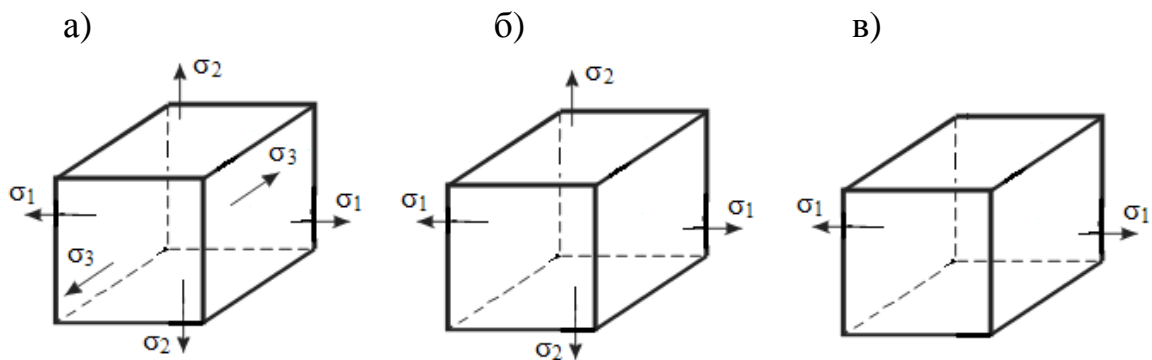
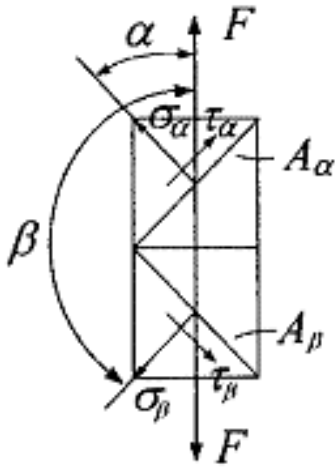


Рисунок 5.2

## 5.2 Линейное напряженное состояние

Линейное напряженное состояние (н.с.) реализуется при растяжении (сжатии) стержней (рис.5.3).

Напряжения в поперечном сечении:



Напряжения на наклонных площадках  $A_\alpha$  и  $A_\beta$

Рисунок 5.3

## 5.3 Плоское напряженное состояние

Условие плоского напряженного состояния:



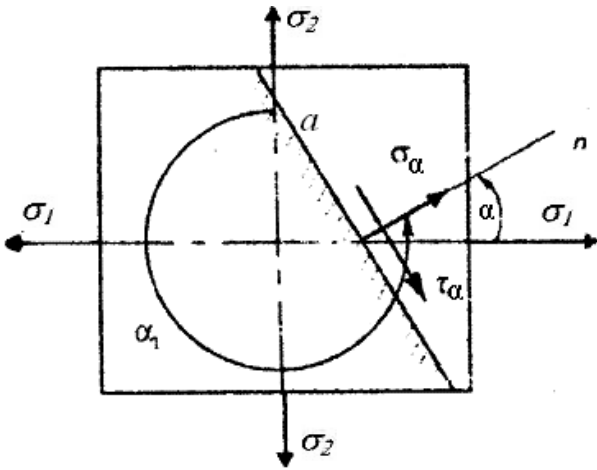


Рисунок 5.4

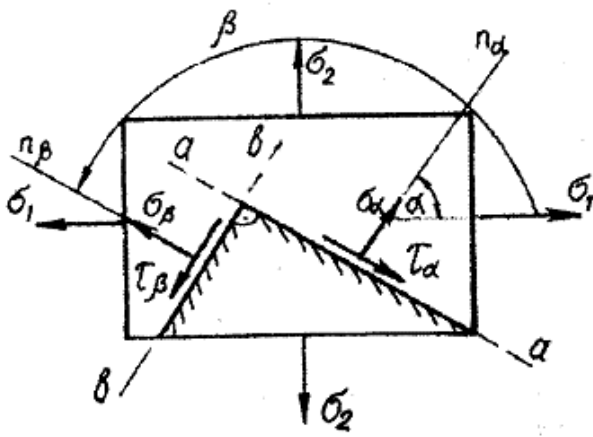


Рисунок 5.5

В теории напряженного состояния различают две основные задачи:

**Прямая:**

**Обратная:**

#### 5.4 Деформированное состояние в точке

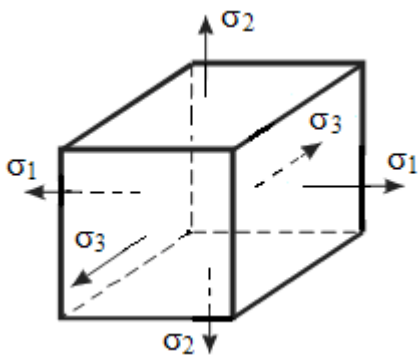


Рисунок 5.6

*Совокупность деформаций, возникающих по различным направлениям и во всевозможных плоскостях, проходящих через рассматриваемую точку, характеризует деформированное состояние в этой точке.*

## 5.5 Потенциальная энергия деформирования

*Потенциальной энергией деформации* называется

*При нагружении упругого тела внешние силы совершают работу  $W$ , которая, с одной стороны, идет на сообщение скорости массе тела, т.е. переходит в кинетическую энергию  $K$ , с другой – накапливается в виде потенциальной энергии деформации  $U$ .*

*Задача по определению потенциальной энергии деформации сводится к определению работы внешних сил. Чтобы исключить влияние размеров тела и судить об энергоемкости самого материала, вводят понятие удельной потенциальной энергии деформации.*

**Контрольные вопросы для самоподготовки**

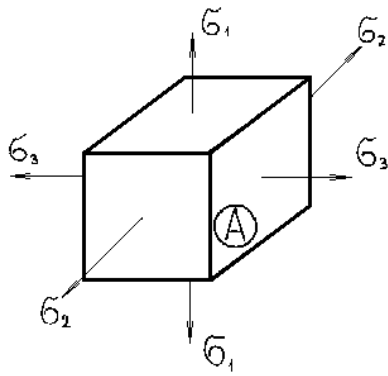
1. Понятие о напряженном состоянии в точке?
2. Что такое главные площадки и главные напряжения?
3. Какие виды напряженного состояния известны?
4. Что такое линейное напряжённое состояние?
5. Что такое плоское напряжённое состояние?
6. Пояснить деформируемое состояние в точке. Связь между напряжениями и деформациями.
7. Что такое потенциальная энергия деформации?

## Лекция 6

### Критерии прочности и пластичности

#### 6.1 Задачи теорий прочности

*Существуют различные взгляды на причины, вызывающие опасное состояние материала. Считают, например, что опасное состояние наступает в результате того, что растягивающие нормальные напряжения достигают предельного значения, а потому следует ограничивать величину этих напряжений. Считают также, что за критерий опасного состояния следует принимать наибольшее относительное удлинение и потому следует ограничивать деформации. Аналогично следует ограничивать величины касательных напряжений (или полной удельной потенциальной энергии деформации и т. д.), если считать их причиной опасного состояния. В общем случае нагружения элемента конструкции определить его опасную точку можно лишь после выбора того или иного критерия наступления опасного состояния.*



Состояние **A** равноопасно  
состоянию **B**

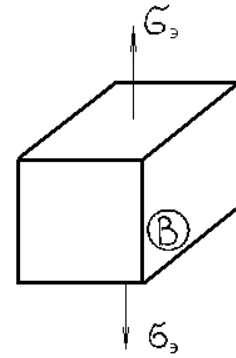


Рисунок 6.1

*Эквивалентным*

## 6.2 Классическая и энергетическая теории прочности

*Рассмотрим три теории прочности (первую, вторую, третью), называемые классическими теориями прочности, и энергетическую теорию (четвертую).*

**Первая теория прочности** (теория наибольших нормальных напряжений)

*Для пластичных материалов ( $[\sigma]$  для материала на растяжение и сжатие одинаковы), условие прочности имеет вид:*

*Для хрупких материалов ( $[\sigma_p], [\sigma_c]$  для материала на растяжение и сжатие различны), условие прочности имеет вид:*

**Вторая теория прочности** (*теория наибольших относительных удлинений*)

Для пластичного материала условие прочности:

Для хрупкого материала условие прочности:

**Третья теория прочности** (*теория наибольших касательных напряжений*)

**Четвертая теория прочности** (*энергетическая*)



### 6.3 Единая теория прочности

*Первая и вторая теории прочности объясняют разрушение материала, происходящее только путем отрыва, а третья и четвертая – только путем сдвига. Поэтому каждая из них для некоторых видов напряженных состояний дает результаты противоречащие опыту.*

*По этой теории, объединяющей вторую и третью теории прочности, допускаемое напряженное состояние должно одновременно удовлетворять двум условиям прочности:*

$$\varepsilon_1 \leq [\varepsilon]; \quad \tau_{\max} \leq [\tau]$$

## 6.4 Теория прочности Мора

Главное напряжение  $\sigma_2$  влияет на прочность материала, однако изменяет ее незначительно – в пределах 15%. Поэтому можно считать, что прочность материала определяется лишь наибольшим и наименьшим главными напряжениями  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ .

Таким образом, расчет прочности в общем случае трехосного н.с., сводится к расчету прочности при плоском н.с. Для анализа прочности при плоском н.с. удобно пользоваться теорией Мора.

Теория прочности Мора широко используется при расчетах конструкций из хрупких материалов. Для пластичных материалов допускаемые напряжения  $[\sigma_p]$  и  $[\sigma_c]$  на одноосное растяжение и сжатие одинаковые и теория прочности Мора совпадает с третьей теорией прочности. Поэтому теорию прочности Мора иногда рассматривают как обобщение третьей теории применительно к хрупким материалам, неодинаково сопротивляющимся растяжению и сжатию.

**Задача №1** Определить допускаемые значения напряжений  $\sigma_1$  по теориям прочности для хрупкого материала при напряженном состоянии, изображенном на рисунке 6.2. Допускаемые напряжения на растяжения  $[\sigma_p] = 600\text{МПа}$ , на сжатие  $[\sigma_c] = 1800\text{МПа}$ , коэффициент Пуассона  $\mu = 0,25$ .

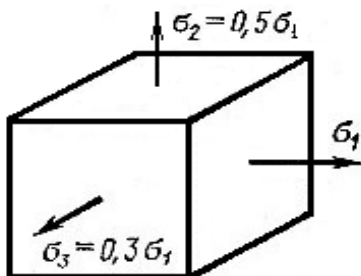


Рисунок 6.2

### **Контрольные вопросы для самоподготовки**

1. В чем заключаются задачи теории прочности?
2. Какие теории прочности известны? В чем заключается их суть?
3. В чем заключается особенность теория прочности Мора?

## Лекция 7

## Сдвиг

## 7.1 Внутренние усилия и напряжения в поперечных сечениях бруса

При любом напряженном состоянии возникают как нормальные, так и касательные напряжения. Во многих случаях расчета на прочность достаточно определить и проверить наибольшие нормальные напряжения (расчеты на растяжение, сжатие).

Однако нередко существенными оказываются касательные напряжения, в результате чего разрушение элемента может произойти от взаимного сдвига его отдельных частей (например, скрепленные воедино элементы конструкций, работающих преимущественно на срез). В таких случаях прочность проверяют исходя из наибольших касательных напряжений.

Срез -

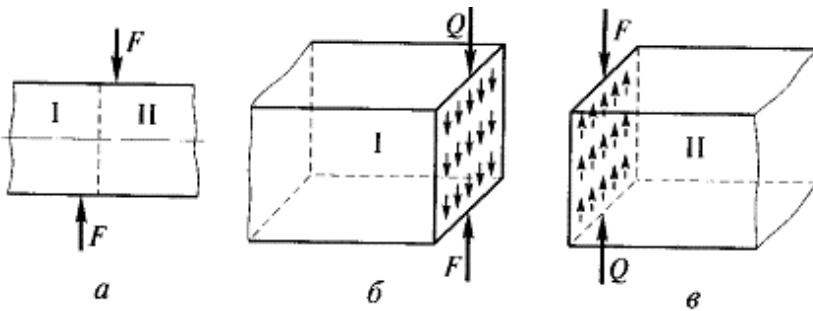


Рисунок 7.1

## 7.2 ЧИСТЫЙ СДВИГ

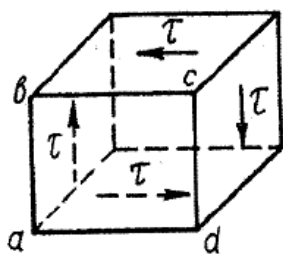


Рисунок 7.2

## 7.3 Деформация при чистом сдвиге. Закон Гука при сдвиге

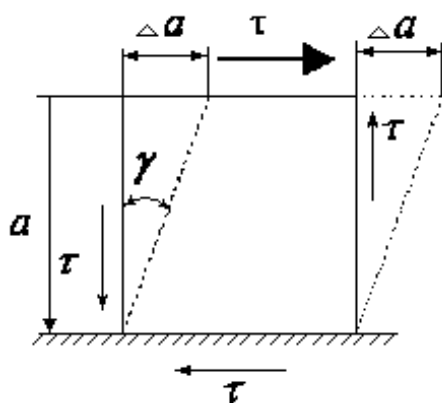


Рисунок 7.3

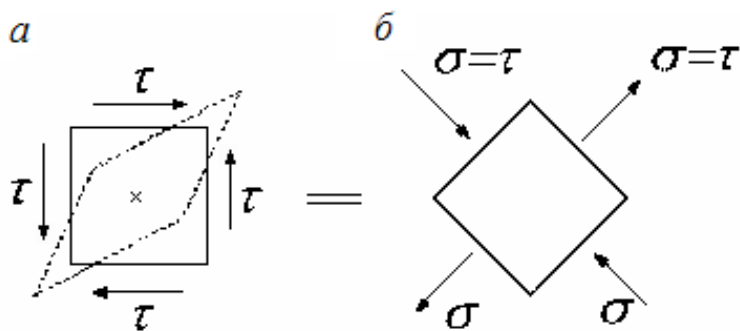


Рисунок 7.4

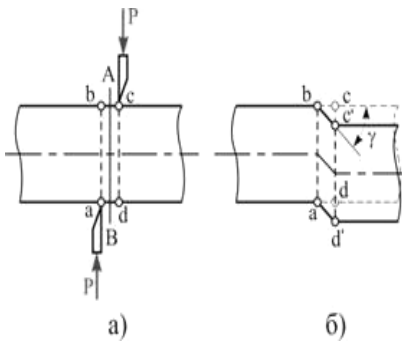
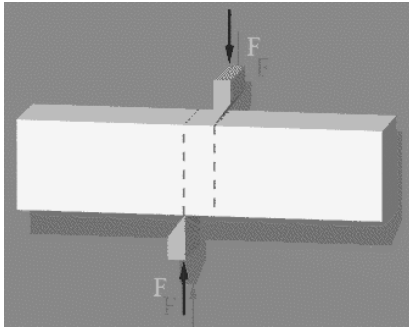


Рисунок 7.7

трубка.

Вследствие относительного поворота концевых сечений образующие трубки наклоняются, и ее стенка испытывает деформацию чистого сдвига.

На практике сдвиг в чистом виде получить трудно, так как обычно деформация сдвига сопровождается другими видами деформаций и, чаще всего, изгибом. С достаточной степенью приближения деформация сдвига может быть получена в случае, когда на рассматриваемый брусок с противоположных сторон на весьма близком расстоянии друг от друга действуют две равные силы, перпендикулярные к оси бруса и направленные в противоположные стороны.

Примером такого действия сил на брусок может быть резка ножницами прутьев, полосы и т.д.

Типичным примером тела, во всех точках которого имеет место чистый сдвиг, является скручиваемая тонкостенная

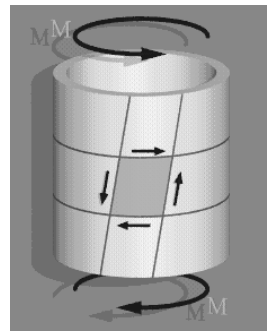


Рисунок 7.8

#### 7.4 Потенциальная энергия при чистом сдвиге

## 7.5 Расчет на срез и смятие при сдвиге

Многие соединительные элементы: штифты (рис.7.5,а), болты (рис.7.5,б и 7.5,в), шпонки (рис.7.5,г) и др., при работе воспринимают нагрузки, перпендикулярные к их продольным осям, т.е. подвержены сдвигу.

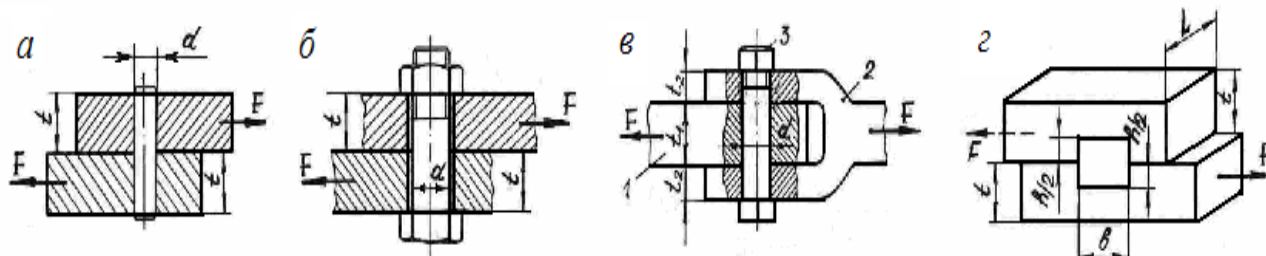


Рисунок 7.5

*Используя условие (7.15), можно выполнить:*

- 1) проверочный расчет на смятие, т.е. сравнить  $\sigma_{см}$  с  $[\sigma]_{см}$  ;*
- 2) проектировочный расчет, т.е. найти  $A_{см}$ , или  $Z$  из условия отсутствия смятия;*
- 3) расчет на допускаемую нагрузку, т.е. найти максимальное значение силы  $F$  из условия отсутствия смятия.*



**Задача №1.** Определить необходимое число заклепок для соединения двух стальных листов (рис.7.6) и проверить напряжения в ослабленном сечении этих листов при их ширине  $b=240\text{мм}$  и толщине  $d=12\text{мм}$ . Принять диаметр заклепок  $d=23\text{мм}$ . Растягивающая сила  $F=250\text{кН}$ . Допускаемые напряжения: на срез заклепок  $[\tau]=100\text{МПа}$ , на смятие  $[\sigma]_{\text{см}}=240\text{МПа}$ , на растяжение листов  $[\sigma]=160\text{МПа}$ .

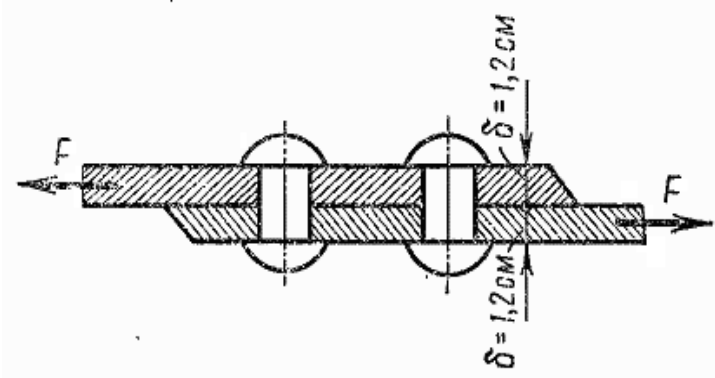


Рисунок 7.6

**Контрольные вопросы для самоподготовки**

1. Какие внутренние усилия и напряжения возникают в поперечных сечениях бруса?
2. Понятие о чистом сдвиге.
3. Какие деформации рассматриваются при чистом сдвиге? Пояснить закон Гука для абсолютного сдвига.
4. Понятие потенциальной энергии при чистом сдвиге.
5. Расчеты на срез и смятие при сдвиге ( $\tau \leq [\tau]$ ,  $\sigma \leq [\sigma]$ ).

## Лекция 8

## Кручение

## 8.1 Основные понятия

*Кручение –*

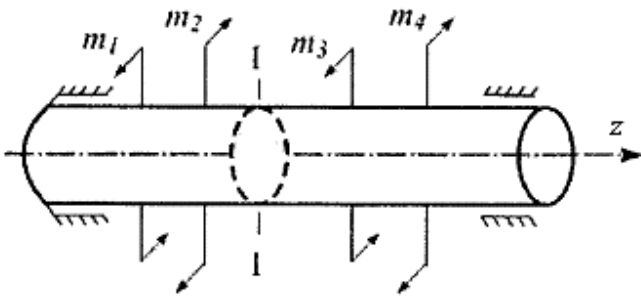
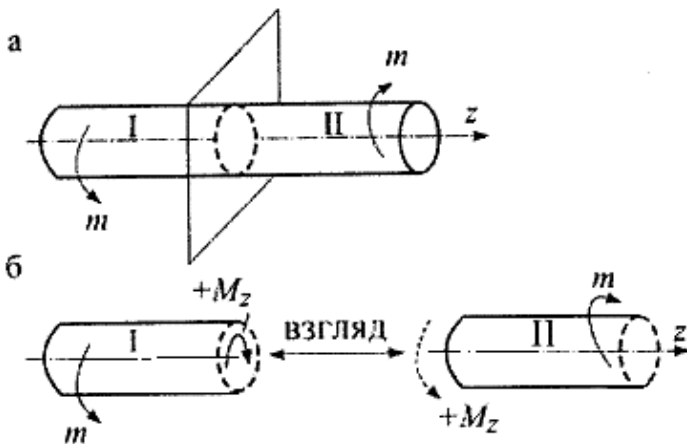


Рисунок 8.1

*Брус, работающий на кручение, называется валом.*

## 8.2 Вычисление крутящих моментов. Построение эпюр



*Если вал нагружен только 2 моментами, то из условия равновесия эти моменты всегда равны по величине и направлены в противоположные стороны (рис. 8.2,а). В остальных случаях крутящий момент определяют методом сечений.*

Рисунок 8.2

### Правило знаков

Крутящий момент будем считать **положительным**, если при взгляде со стороны сечения на рассматриваемую часть вала равнодействующий внешний момент  $m$  направлен по часовой стрелке (рис.8.3,а). В противоположном случае крутящий момент считается **отрицательным** (рис.8.3,б).

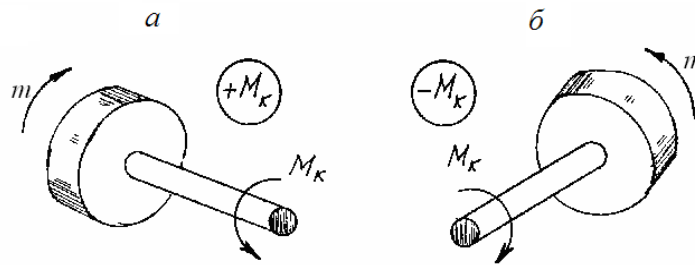


Рисунок 8.3

### 8.3 Напряжения и деформации при кручении

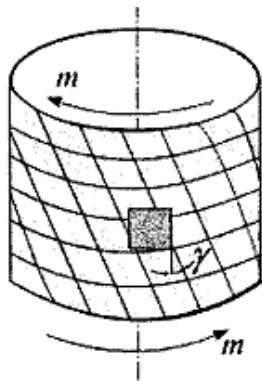


Рисунок 8.4

Представление о характере деформации кручения можно получить, если скручивать модель бруса с нанесенной на его поверхность сеткой продольных и поперечных линий.

**1. Статическая сторона задачи**

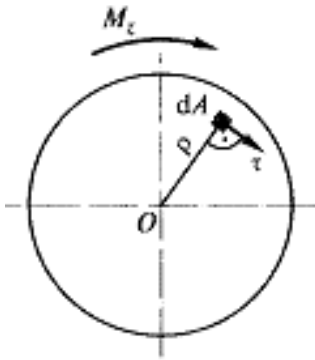


Рисунок 8.5

**2. Геометрическая сторона задачи**

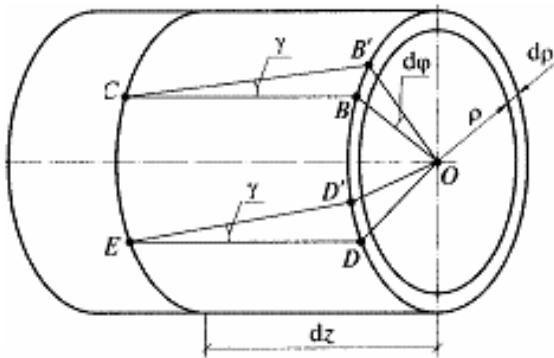


Рисунок 8.6

### 3. Физическая сторона задачи

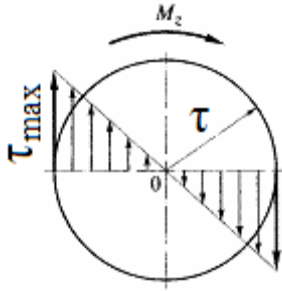


Рисунок 8.7

### 8.4 Расчеты на прочность

*Условие прочности:*

*Моменты сопротивления:*

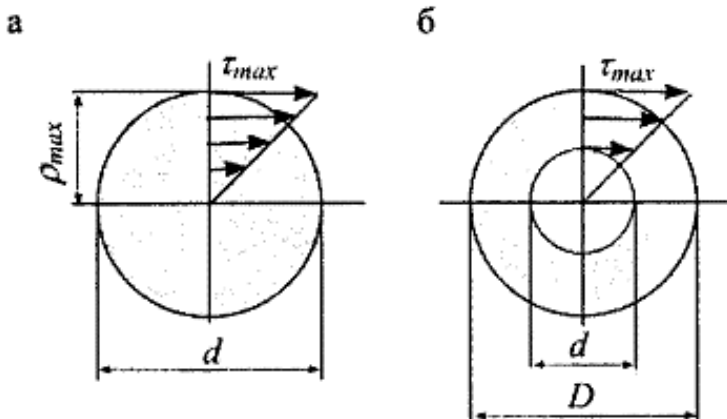


Рисунок 8.8

## **8.5 Расчеты на жесткость**

## **8.6 Потенциальная энергия при кручении**



**Контрольные вопросы для самоподготовки**

1. Какой вид деформации называется кручением?
2. Что называется скручивающим моментом?
3. Внутренние усилия. Правило знаков для крутящих моментов. Построение эпюр крутящих моментов.
4. Каков характер деформаций при кручении и от чего он зависит? Какие напряжения при этом возникают?
5. Как распределяются касательные напряжения по поперечному сечению бруса?
6. Какие задачи лежат в основе теории кручения стержня круглого сечения?
7. Сформулируйте условие прочности при чистом кручении.
8. Что называют моментом сопротивления сечения? Что такое полярный момент сопротивления? Какова их размерность?
9. Что такое жесткость при кручении? Сформулируйте условие жесткости при кручении.
10. Как определяется потенциальная энергия при кручении?

## Задачи

**Задача №1.** Построить эпюру крутящего момента для вала, изображенного на рисунке, если внешние моменты:  $m_1 = 400\text{Нм}$ ,  $m_2 = 900\text{Нм}$ ,  $m_3 = 700\text{Нм}$ ,  $m_4 = 200\text{Нм}$

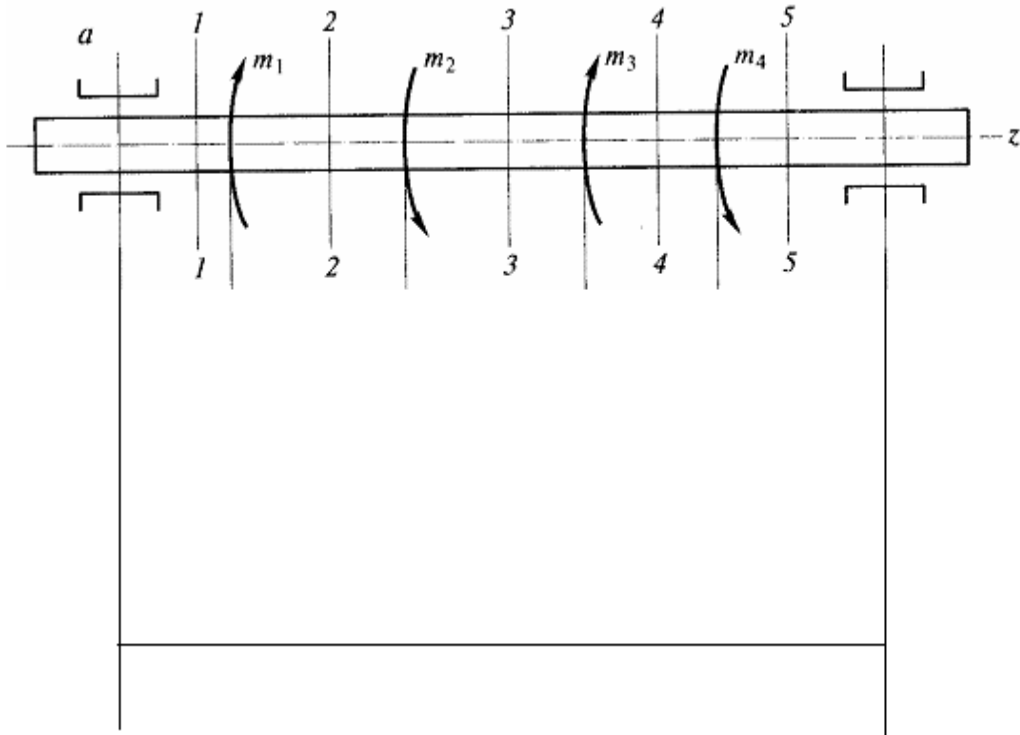


Рисунок 1

**Задача №2.** Построить эпюры крутящего момента и углов поворота поперечных сечений стального бруса АВ диаметром  $D=50\text{мм}$ , изображенного на рисунке, если внешние моменты:  $m_1 = 300\text{Нм}$ ,  $m_2 = 950\text{Нм}$ ,  $m_3 = 1400\text{Нм}$ . Брус имеет участки длиной  $a = 20\text{см}$ ,  $b = 30\text{см}$ ,  $c = 40\text{см}$ . Модуль сдвига стали  $G=80\cdot 10^9\text{ Па}$ .

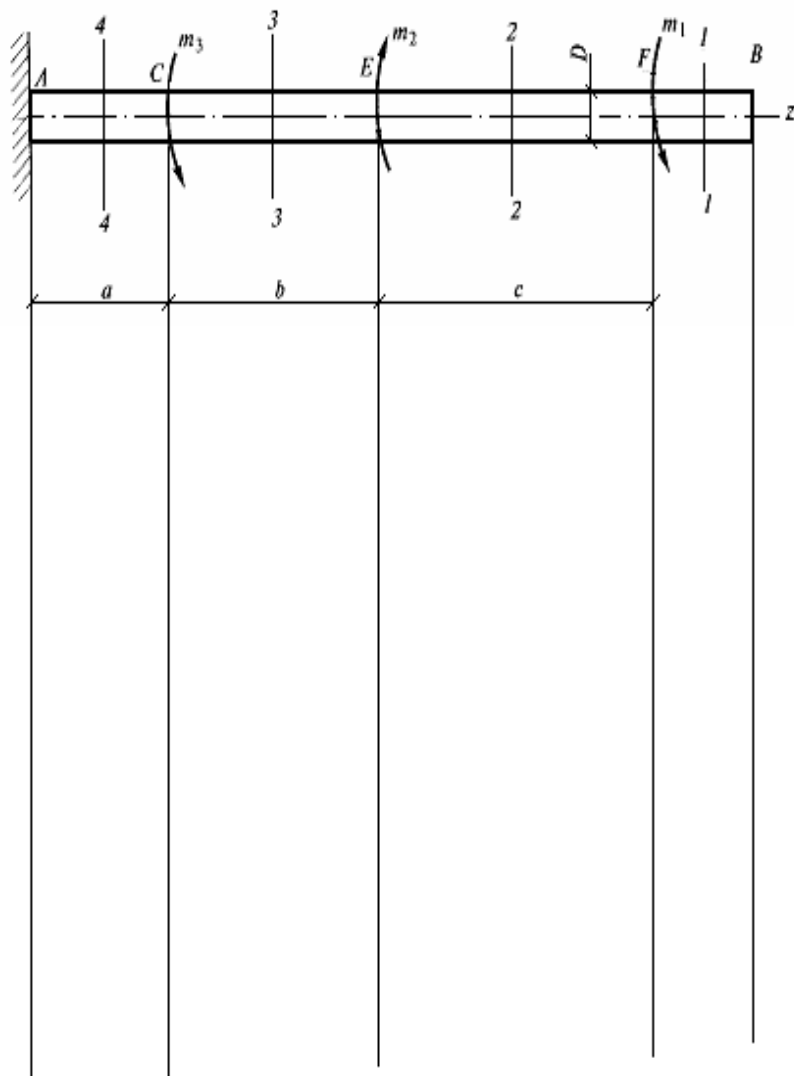


Рисунок 2

**Задача №3.** Рассчитать на прочность и жесткость сплошной вал, рассмотренный в задаче 1, при условии, что он выполнен из стали с допускаемым напряжением  $[\tau] = 40\text{МПа}$  и модулем сдвига  $G = 80\text{ ГПа}$ . Допускаемый угол закручивания  $[\Theta] = 1^\circ/\text{м}$ .

## **Приложение**

**Варианты заданий для контрольной работы по дисциплине  
«Сопротивление материалов»**

### Задача №1

Ступенчатый брус нагружен силами  $F_1, F_2, F_3$  направленными вдоль его оси. Заданы длины участков  $a, b, c$  и площади их поперечных сечений  $A_1, A_2$ . Модуль упругости материала  $E=2 \cdot 10^5$  МПа, предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа и запас прочности по отношению к пределу текучести  $S=1,5$ .

Требуется:

- 1) построить эпюры продольных сил  $N$ , напряжений  $\sigma$  и продольных перемещений  $\Delta$ ;
- 2) проверить, выполняется ли условие прочности.

#### Числовые данные к задаче №1

Номер строки	Номер схемы по рис.1	Сила, кН			Длина участков, м			Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	
		$F_1$	$F_2$	$F_3$	$a$	$b$	$c$	$A_1$	$A_2$
1	1	40	90	100	0,3	0,5	0,6	5	10
2	2	45	80	120	0,3	0,5	0,5	4	12
3	3	50	85	110	0,4	0,6	0,4	6	14
4	4	35	70	115	0,4	0,6	0,6	4	10
5	5	40	75	100	0,5	0,4	0,3	5	15
6	6	50	80	95	0,5	0,4	0,4	6	18
7	7	60	70	120	0,3	0,2	0,5	4	12
8	8	45	60	115	0,4	0,3	0,6	7	10
9	9	35	65	110	0,2	0,4	0,4	8	14
0	10	30	90	95	0,5	0,5	0,3	6	16
	з	ж	а	Д	е	ж	г	б	В

*Вариант схемы (таблица 1) выбирается по последней цифре зачетной книжки, вариант числовых данных – по предпоследней цифре зачетной книжки.*

## Расчетные схемы к задаче №1

Таблица 1

<p>1</p>	<p>6</p>
<p>2</p>	<p>7</p>
<p>3</p>	<p>8</p>
<p>4</p>	<p>9</p>
<p>5</p>	<p>10</p>

## Задача №2.

К стальному брусу круглого поперечного сечения приложены четыре крутящих момента  $m_1, m_2, m_3, m_4$ .

Требуется:

1. Построить эпюру крутящих моментов  $M_{кр}$ ;
2. При заданном значении допускаемого напряжения  $[\tau]$  определить диаметр вала из условия его прочности и округлить величину диаметра до ближайшей стандартной величины, равной 30, 35, 40, 45, 50, 60, 80, 90, 100 мм;
3. Проверить, выполняется ли условие жесткости бруса при выбранном диаметре, если допускаемый угол закручивания  $[\theta] = 1 \text{ град/м}$ ; построить эпюру углов закручивания.

Для всех вариантов принять модуль сдвига для стали  $G = 8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

## Числовые данные к задаче №2

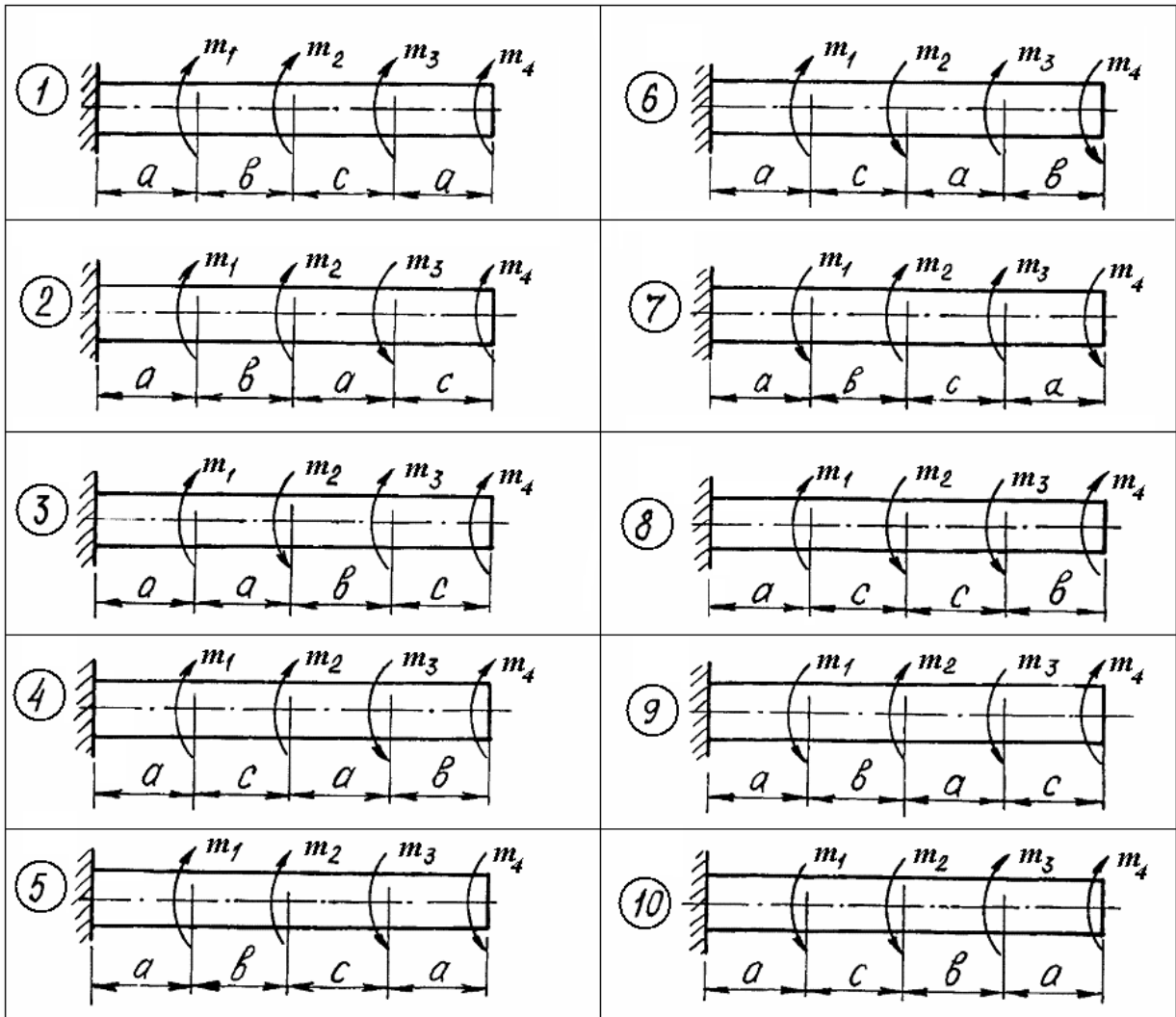
Номер расчетной схемы	Размер, м			Момент, кН·м			[ $\tau$ ], МПа
	$a$	$b$	$c$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	
1	0,8	0,4	1,0	2,0	1,6	1,0	35
2	0,6	0,5	0,5	1,8	1,7	1,2	40
3	0,4	0,7	0,7	1,7	0,9	0,7	50
4	0,6	0,4	0,6	1,5	0,8	1,5	45
5	0,5	0,8	0,4	1,3	2,0	1,4	60
6	0,7	1,0	0,8	1,0	1,7	2,0	40
7	1,0	0,7	1,0	1,6	1,5	1,6	35
8	0,4	0,6	0,5	1,4	1,6	1,8	70
9	0,7	0,4	0,6	1,5	0,8	0,9	80
10	0,5	0,5	0,4	0,9	1,0	1,5	60

*Вариант схемы (таблица 2) выбирается по последней цифре зачетной книжки, вариант числовых данных – по предпоследней цифре зачетной книжки.*



## Расчетные схемы к задаче №2

Таблица 2



Подписано в печать 25.04.20. Формат 84x108/16

Гарнитура Таймс. Печать офсетная.

Бумага мелованная. Усл. Печ. л. – 7,66

Тираж 50 экз.

Издательство Современного технического университета

390008, г. Рязань, ул. Новоселов, 35А.

(4912) 300630, 30 08 30